الوحدة الاولى (الارتباط و الانحدار)

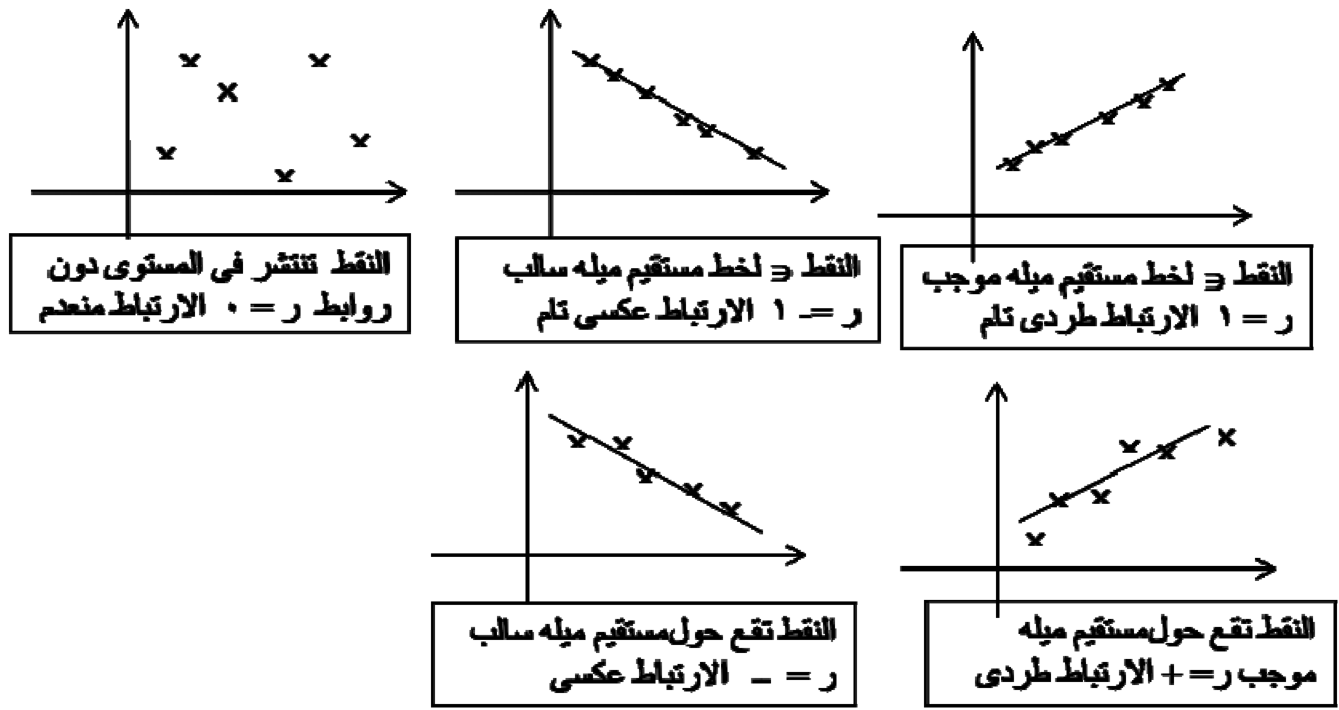
الارتباط :

هو الارتباط بين ظاهرتين أو كميتين متغيرتين و هى طريقة إحصائية يمكن من خلالها تحديد درجة و نوع العلاقة بين متغيرين .

شكل الانتشار :

هو تمثيل بيانى لعدد من الأزواج المرتبة (س ، ص) لوصف العلاقة بين متغيرين . أو

هو مجموعة منفصلة من النقط (أزواج مرتبة بين س، ص) ممثلة بيانياً فى المستوى حيث يمثل المحور الأفقى قيم أحد المتغيرين وليكن س ويمثل المحور الرأسى قيم المتغير الآخر ص فنحصل على شكل يوضح انتشار النقط فى المستوى يسمى شكل الانتشار وباستخدام طريقة المربعات الصغرى، يمكن إيجاد معادلات الانحدار.



إذا كان الارتباط قوياً قربت قيم المتغيرين من خط مستقيم يمثل العلاقة بينهما يسمى خط الانحدار

معامل الارتباط ر : عبارة عن مقياس كمى نسبى يقيس قوة الارتباط بين متغيرين حيث ـ ١ < ر < ١

تقاس درجة العلاقة بين المتغيرين بمقياس يسمى " معامل الارتباط " (ر)

درجات الارتباط :

١) منعدم ر = ٠ لا يوجد ارتباط

٢) ضعيف : صفر < ر < ٠.٤ أو ـ٠.٤ < ر < صفر.

٣) متوسط : ٠.٤ < ر < ٠.٦ أو ـ ٠.٦ < ر < ـ٠.٤

٤) قوى: ٠.٦ < ر < ١ أو ـ١ < ر < ـ٠.٦

معامل الارتباط " بيرسون "

نكون الجدول الآتى :

س	ص	س^2	ص^2	س ص
$\sum \text{س}$	$\sum \text{ص}$	$\sum \text{س}^2$	$\sum \text{ص}^2$	$\sum \text{س ص}$

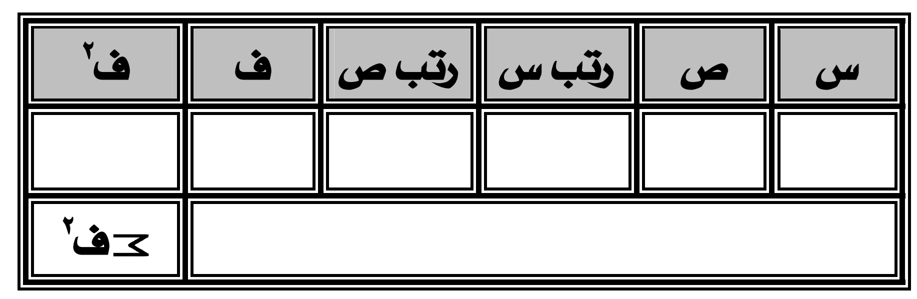
معامل الارتباط الخطى لبيرسون :

$$\text{ر} = \frac{\text{ن} \sum \text{س ص} - \sum \text{س} \times \sum \text{ص}}{\sqrt{\text{ن} \sum \text{س}^2 - (\sum \text{س})^2}\ \sqrt{\text{ن} \sum \text{ص}^2 - (\sum \text{ص})^2}}$$

حيث ر = معامل ارتباط بيرسون ، ن = عدد القيم لـ " س ، ص "

معامل الارتباط " الرتب "لسبيرمان

نكون الجدول الآتى :



س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف^2
					$\sum \text{ف}^2$

ر : (معامل ارتبـــاط الرتب لسبيرمان) .

ف : (هى الفـــرق بين رتب المتغيرين) .

ن : (هى عدد قيم كل من المتغيرين) .

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :

$$\text{ر} = ١ - \frac{٦ \sum \text{ف}^2}{\text{ن} (\text{ن}^2 - ١)}$$

خطوات إيجاد معامل سبيرمان :

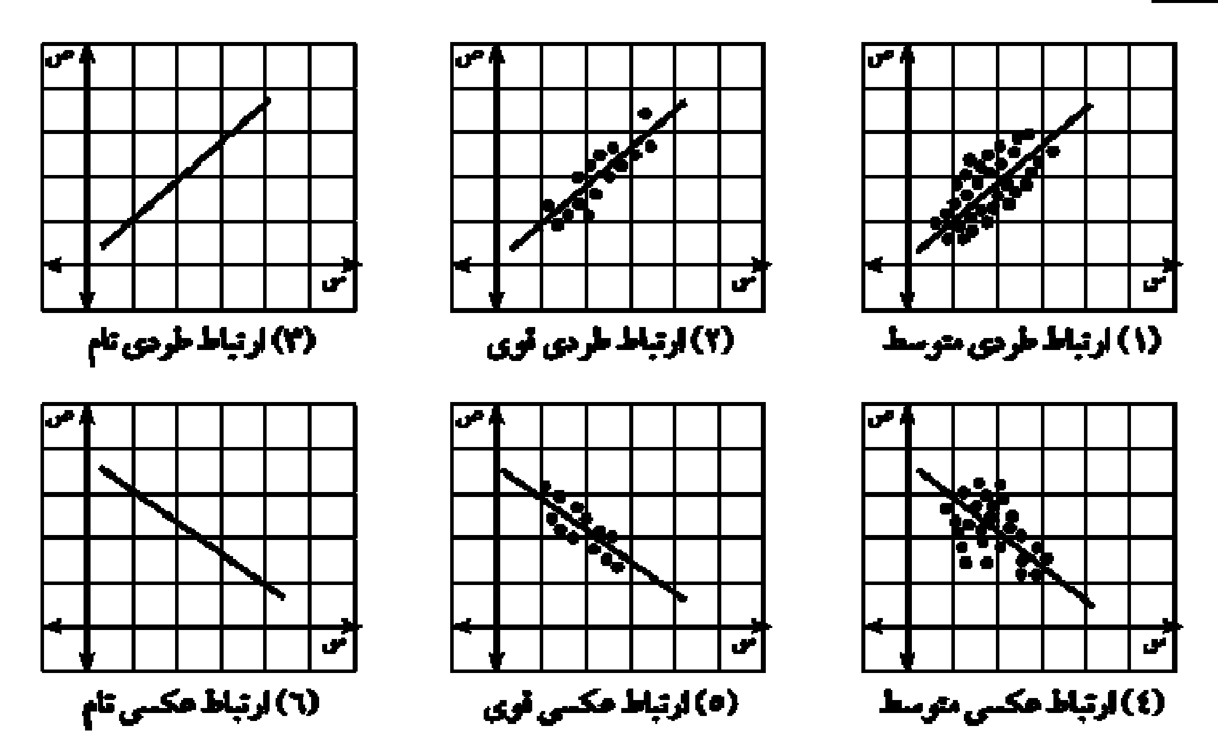
١) نحدد رتب كل من المتغيرين بنفس الترتيب (تنازليا أو تصاعديا معا) مع ملاحظة أنه إذا اشترك اثنان أو أكثر فى رتبة تعطى لكل منهما المتوسط الحسابى لهذه الرتب

٢) نكون الجدول من ست أعمدة س ، ص ، رتب س ، رتب ص ، ف ، $ف^{2}$ حيث ف الفرق المطلق بين الرتب و نستخدم القانون

*** الانحـــــــــدار :**

هو اسلوب إحصائى يمكن بواسطنه تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الاخر .

شكل الانتشار :



إذا كان الارتباط قوياً قربت قيم المتغيرين من خط مستقيم يمثل العلاقة بينهما يسمى خط الانحدار

*** انواع الانحدار :**

١- الانحدار الخطى البسيط : و فيه يعتمد المتغير التابع (ص) على متغير واحد (س)

٢- الانحدار المتعدد : فيه المتغير التابع (ص) على أكثر من متغير مستقل (س)

٣- الانحدار غير الخطى : إذا كانت العلاقة بين المتغير التابع (ص) و المتغيرات المستقلة غير خطية (من الدرجة الثانية أو الثالثة أو أسية أو لوغاريتمية أو ٠٠٠)

*** معادلة خط انحدار ص على س (لتقدير قيمة ص عند أى قيمة لـ س) :**

صَ = ا + ب س حيث ا ميل المستقيم (معامل انحدار ص على س)

، ب هو طول الجزء الذى يقطعه المستقيم من المحور الرأسي

$$ب = \frac{ن \sum س ص - \sum س \times \sum ص}{ن \sum س^{2} - (\sum س)^{2}} \quad ، \quad ا = \frac{\sum ص - ب \sum س}{ن}$$

* **معادلة خط انحدار س على ص** (لتقدير قيمة س عند أى قيمة لـ ص) :

س = ء + جـ ص ، جـ معامل انحدار س على ص

$$جـ = \frac{ن \sum س ص - \sum س \times \sum ص}{ن \sum ص^{٢} - (\sum ص)^{٢}} \quad ، \quad ء = \frac{\sum س - جـ \sum ص}{ن}$$

ملاحظة : لتقدير قيمة ص إذا علمت قيمة س : نوجد معادلة انحدار ص على س

لتقدير قيمة س إذا علمت قيمة ص: نوجد معادلة انحدار س على ص

و تستخدم معادلة خط انحدار ص على س فى تحديد مقدار الخطأ الذى يتحدد من

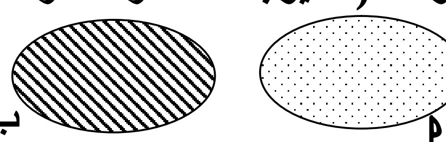
العلاقة: مقدار الخطأ = | القيمة الجدولية ـ القيمة التى تحقق معادلة الانحدار |

الوحدة الثانية : الاحتمال الشرطى

تذكر أن :

١ - احتمال وقوع الحدث ؟ = عدد عناصر الحدث ؟ / عدد عناصر فضاء العينة ، ل(؟) = ن(؟) / ن(ف)

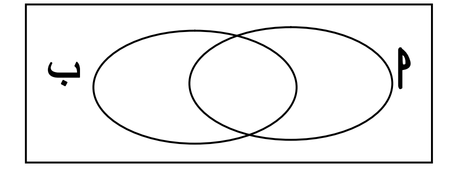
٢ - **الاحداث المتنافية** : لا يمكن وقوعها فى آن واحد (لا يوجد عناصر مشتركة)



؟ ∩ ب = ∅ ، ل(؟ ∩ ب) = صفر



الاحداث غير المتنافية : لا يمنع وقوع أحدهما وقوع الآخر (يوجد عناصر مشتركة)



و يمكن استخدام القوانين الآتية :

١ - ل (؟ ∪ ب) = ل(؟) + ل(ب) ـ ل(؟ ∩ ب)

٢ - ل (؟/) = ١ ـ ل (؟)

٣ - ل (؟ ـ ب) = ل (؟ ∩ ب/) = ل(؟) ـ ل (؟ ∩ ب)

٤ - ل(؟/ ∩ ب/) = ل (؟ ∪ ب)/ = ١ ـ ل(؟ ∪ ب)

٥ - ل(؟ ∪ ب/) = ل(ب/) + ل (؟ ∩ ب) = ١ ـ ل(ب) + ل (؟ ∩ ب)

انواع الاحتمال :

١ - الاحتمال غير المشروط مثلا احتمال وقوع الحدث ؟

٢ - الاحتمال المشروط مثلا احتمال نجاح طالب إذا علمت أنه حصل على جائزة

تعريف : **الاحتمال الشرطى** :

إذا كان ؟ ، ب حدثان من فضاء عينة ف حيث ظهور أحدهما يؤثر فى وقوع الآخر أو يتأثر به . أى أن الاحتمال الشرطى هو احتمال وقوع أحدهما

وليكن ﻡ إذا علمنا أن الحدث الآخر ب قد وقع بالفعل و يكتب ل (ﻡ|ب)
و تقرأ احتمال وقوع ﻡ بشرط وقوع ب

و يعطى بالعلاقة : ل (ﻡ|ب) = $\frac{\text{ل(ﻡ∩ب)}}{\text{ل(ب)}}$ ، ل(ب) } ٠

* <u>بعض خواص الاحتمال الشرطى</u> :

١) ٠ Y ل (ﻡ|ب) Y ١

٢) إذا كان ﻡ e ب فإن ل (ﻡ|ب) = $\frac{\text{ل(ﻡ∩ب)}}{\text{ل (ب)}}$ = $\frac{\text{ل(ب)}}{\text{ل(ب)}}$ = ١

ل (ب | ﻡ) = $\frac{\text{ل(ﻡ∩ب)}}{\text{ل (ﻡ)}}$ = $\frac{\text{ل(ﻡ)}}{\text{ل(ب)}}$ ، ل(ب) } ٠

٣) إذا كان ﻡ١ ∩ ﻡ٢ = Z فإن ل [(ﻡ١ ∪ ﻡ٢) | ب] = ل (ﻡ١|ب) + ل (ﻡ٢|ب)

<u>ملاحظات هامة</u> :

١- ل (ﻡ|ب) } ل (ب | ﻡ)   ٢- ل (ﻡ/|ب) = ١ ـ ل (ﻡ|ب)

٢- من قانون الاحتمال الشرطى نجد أن :

ل (ﻡ ∩ ب) = ل (ﻡ|ب) × ل(ب) بشرط ل(ب) > ٠

ل (ﻡ ∩ ب) = ل (ب|ﻡ) × ل(ﻡ) بشرط ل(ﻡ) > ٠

٣- إذا كان ﻡ ، ب متنافيان فإن ل (ﻡ|ب) = ٠ لان ل (ﻡ ∩ ب) = ٠

٤- فى مسائل الاحتمال الشرطى الحدث الذى بعد كلمات (ما احتمال ـ احسب احتمال ـ أوجد احتمال ـ ٠٠٠) هو الحدث الذى <u>نبدأ به</u> (الحدث الأول) و الحدث الذى بعد الكلمات (علماً بان ٠٠٠ ـ إذا كان ٠٠٠ ـ إذا علمت أن) هو الحدث الشرط (الحدث الثانى)

<u>الاحداث المستقلة</u>

* <u>الحدثان المستقلان</u> :

<u>تعريف</u> : يقال الحدثان ﻡ ، ب مستقلان إذا و إذا فقط ل(ﻡ∩ب) = ل(ﻡ) × ل(ب)

و يلاحظ من التعريف أن احتمال الحدث ﻡ لا يعتمد على وقوع الحدث ب و العكس

<u>ملحوظة</u> : الفرق بين الحادثين المتنافيين و المستقلين :

الحدثين المتنافيين ﻡ ، ب يكون تقاطعهما يساوى صفر ، ل(ﻡ∩ب) = ل (Z) = ٠

الحدثين المستقلان ﻡ، ب يكون تقاطعهما لايساوى صفر، ل(ﻡ∩ب) = ل(ﻡ) × ل(ب)

*** الاحداث غير المستقلة :**

يكون $ء$ ، ب حدثين غير مستقلين إذا كان ل($ء$ ∩ب) $\neq$ ل($ء$) × ل(ب)

أى أن الحدثين $ء$ ، ب يكونان غير مستقلين إذا كان احتمال حدوث أحدهما يؤثر على احتمال حدوث الآخر .

ملاحظة : سحب الكرة مع الاحلال (الارجاع) فيكون الحدثان مستقلين

الوحدة الثالثة : المتغيرات العشوائية و التوزيعات الاحتمالية

أولا : المتغير العشوائي المتقطع (المنفصل أو الوثاب) :

(هو متغيرعشوائى مداه مجموعة محدودة من العناصر)

الوسط الحسابى أو التوقع ويرمز له بالرمز μ ، $\mu = \sum_{ر=1}^{ن}$ س$_ر$ × د(س$_ر$)

التباين (σ^2) : $\sigma^2 = \sum_{ر=1}^{ن}$ س$_ر^2$ × د(س$_ر$) ـ μ^2

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\text{التباين}}$

معامل الاختلاف = $\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}}$ × ١٠٠ % = $\frac{\sigma}{\mu}$ × ١٠٠ %

المتغير العشوائى المستمر (المتصل) :

هو متغير عشوائى مداه فترة [مجموعة غير محدودة من العناصر]

إذا كان س متغير عشوائى متصل مداه الفترة [$ء$ ، ب] ، د : [$ء$ ، ب] $\subset$ ح

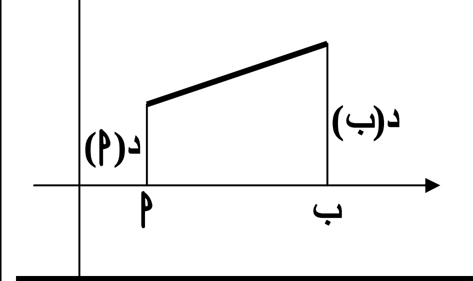
بحيث تحقق :

(١) د(س) $\geq$ ٠ لكل س $\in$ [$ء$ ، ب]

(٢) الشكل البيانى لهذه الدالة هو منحنى متصل بحيث تكون مساحة المنطقة أسفل منحنى الدالة و فوق محور السينات مساوية الواحد الصحيح

دالة الكثافة : إذا كان س متغير عشوائى متصل فإن الدالة د تسمى دالة كثافة المتغير العشوائى س إذا كان ل ($ء \leq$ س $\leq$ ب) = مساحة المنطقة الواقعة تحت منحنى د و أعلى محور السينات فى الفترة [$ء$ ، ب] حيث $ء \leq$ ب

ل ($ء \leq$ س $\leq$ ب) = $\frac{١}{٢}$ [د($ء$) + د(ب)] (ب – $ء$)



تذكر أن :

١) مساحة المستطيل = الطول × العرض

٢) مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع

٣) مساحة شبة المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

الوحدة الرابعة : التوزيع الطبيعى

هو منحنى يأخذ شكل الناقوس أو الجرس

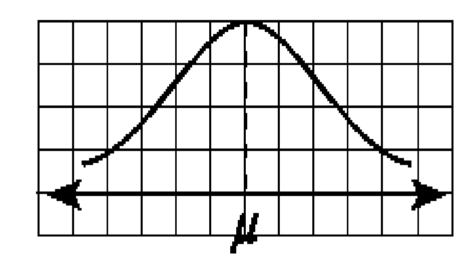
خصائص المنحنى الطبيعى

(١) ل (- ¥ < س < ¥) = ١

(٢) ل(٠ < س < ¥) = ٠,٥

(٣) ل(- ¥ < س < ٠) = ٠,٥

(٤) ل(- أ < س < ٠) = ل(٠ < س < أ)



طريقة الكشف في الجدول

الكشف المباشر من الجدول يجب أن يكون هذا الشكل ⇐ ل (٠ 3 ص 3 أ)

في حالة رقمين : نجمع إذا كانوا مختلفين في الاشارة

مثل : ل(-٢ 3 ص 3 ٣) = ل (٠ 3 ص 3 ٢) + ل (٠ 3 ص 3 ٣)

، **في حالة رقمين : نطرح اذا كانوا لهم نفس الاشارة**

مثل : ل(١ 3 ص 3 ٣) = ل (٠ 3 ص 3 ٣) ـ ل (٠ 3 ص 3 ١)

في حالة رقم واحد في المتباينة

العلامة £ اشارتها موجب
العلامة 3 اشارتها سالب

إذا كان الرقم والعلامة متشابهان نطرح من ٠,٥

مثل : ل (ص £ ٢) = ٠,٥ ـ ل (٠ 3 ص 3 ٢)

مثل : ل (ص 3 - ٠,٦) = ٠,٥ ـ ل (٠ 3 ص 3 - ٠,٦)

إذا كان الرقم والعلامة مختلفان نجمع علي ٠,٥

مثل : ل (ص £ -١) = ٠,٥ + ل (٠ 3 ص 3 ١)

مثل : ل (ص 3 ٠,٤) = ٠,٥ + ل (٠ 3 ص 3 ٠,٤)

* إذا كان س متغيرا طبيعيا غير معيارى وسطه الحسابىm وانحرافه المعيارى s فإننا نحول هذا المتغير إلى متغير طبيعى معيارى ص بالقاعدة التالية :

$$\text{ص} = \frac{\text{س} - m}{s}$$

ويكون ل (ɑ 3 س 3 ب) = ل($\frac{ɑ - m}{s}$ 3 ص 3 $\frac{\text{ب} - m}{s}$)

ملاحظات : ١) عدد الأشخاص = الاحتمال × العدد الكلى
٢) النسبة المئوية = الاحتمال × ١٠٠ ٪

* كيفية حساب الاحتمال على الفترة [٠ ، ى] حيث ى عدد موجب
لايجاد ل (٠ < س < ١,٢٥) نستخدم جدول المساحات

ى	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥
٠,٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠٠٨٠	٠,٠١٢٠	٠,٠١٦٠	٠,٠١٩٩
٠,١	٠,٠٣٩٨	٠,٠٤٣٨	٠,٠٤٧٨	٠,٠٥١٧	٠,٠٥٥٧	٠,٠٥٩٦
١,٢	٠,٣٨٤٩	٠,٣٨٦٩	٠,٣٨٨٨	٠,٣٩٠٧	٠,٣٩٢٥	٠,٣٩٤٤
١,٣	٠,٤٠٣٢	٠,٤٠٤٩	٠,٤٠٦٦	٠,٤٠٨٢	٠,٤٠٩٩	٠,٤١١٥
١,٤	٠,٤١٩٢	٠,٤٢٠٧	٠,٤٢٢٢	٠,٤٢٣٦	٠,٤٢٥١	٠,٤٢٦٥
١,٥	٠,٤٣٣٢	٠,٤٣٤٥	٠,٤٣٥٧	٠,٤٣٧٠	٠,٤٣٨٢	٠,٤٣٩٤
١,٦	٠,٤٤٥٢	٠,٤٤٦٣	٠,٤٤٧٤	٠,٤٤٨٤	٠,٤٤٩٥	٠,٤٥٠٥

ل(٠< س< ١,٢٥) = ٠,٣٩٤٤

ل (٠< س<١,٥) = ٠,٤٣٣٢

ملحوظة : البحث فى عمق الجدول :-
فى هذا الجزء سوف يكون معلوم قيمة الاحتمال ومجهول أحد حدود الفترة
فمثلا إذا كان ل (٠ < م < ك) = ٠,٣٩٤٤ فما قيمة ك
لايجاد قيمة ك نبحث عن المساحة المعطاة ٠,٣٩٤٤ فى جدول المساحات
فنجدها فى صف ١,٢ وتحت ٠,٠٥ ولهذا فإن ك = ١,٢٥

جدول المساحات أسفل المنحنى الطبيعى المعيارى

ى	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠٠٨٠	٠,٠١٢٠	٠,٠١٦٠	٠,٠١٩٩	٠,٠٢٣٩	٠,٠٢٧٩	٠,٠٢١٩	٠,٠٢٥٩
٠,١	٠,٠٣٩٨	٠,٠٤٣٨	٠,٠٤٧٨	٠,٠٥١٧	٠,٠٥٥٧	٠,٠٥٩٦	٠,٠٦٣٦	٠,٠٦٧٥	٠,٠٧١٤	٠,٠٧٥٣
٠,٢	٠,٠٧٩٣	٠,٠٨٣٢	٠,٠٨٧١	٠,٠٩١٠	٠,٠٩٤٨	٠,٠٩٨٧	٠,١٠٢٦	٠,١٠٦٤	٠,١١٠٣	٠,١١٤١
٠,٣	٠,١١٧٩	٠,١٢١٧	٠,١٢٥٥	٠,١٢٩٣	٠,١٣٣١	٠,١٣٦٨	٠,١٤٠٦	٠,١٤٤٣	٠,١٤٨٠	٠,١٥١٧
٠,٤	٠,١٥٥٤	٠,١٥٩١	٠,١٦٢٨	٠,١٦٦٤	٠,١٧٠٠	٠,١٧٣٦	٠,١٧٧٢	٠,١٨٠٨	٠,١٨٤٤	٠,١٨٧٩
٠,٥	٠,١٩١٥	٠,١٩٥٠	١٩٨٥ .٠	٠,٢٠١٩	٠,٢٠٥٤	٠,٢٠٨٨	٠,٢١٢٣	٠,٢١٥٧	٠,٢١٦٠	٠,٢٢٢٤

ى	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٦	٠,٢٢٥٩	٠,٢٢٩١	٠,٢٣٢٤	٠,٢٣٥٧	٠,٢٣٨٩	٠,٢٤٢٢	٠,٢٤٥٤	٠,٢٤٨٦	٠,٢٥١٧	٠,٢٥٤٩
٠,٧	٠,٢٥٨٠	٠,٢٦١١	٠,٢٦٤٢	٠,٢٦٧٣	٠,٢٧٠٤	٠,٢٧٣٤	٠,٢٧٦٤	٠,٢٧٩٤	٠,٢٨٢٣	٠,٢٨٥٢
٠,٨	٢٨٨١	٠,٢٩١٠	٠,٢٩٣٩	٠,٢٩٦٧	٠,٢٩٩٥	٠,٣٠٢٣	٠,٣٠٥١	٠,٣٠٧٨	٠,٣١٠٦	٠,٣١٣٣
٠,٩	٠,٣١٥٩	٠,٣١٨٦	٠,٣٢١٢	٠,٣٢٣٨	٠,٣٢٦٤	٠,٣٢٨٩	٠,٣٣١٥	٠,٣٣٤٠	٠,٣٣٦٥	٠,٣٣٨٩
١,٠	٠,٣٤١٣	٠,٣٤٣٨	٠,٣٤٦١	٠,٣٤٨٥	٠,٣٥٠٨	٠,٣٥٣١	٠,٣٥٥٤	٠,٣٥٧٧	٠,٣٥٩٩	٠,٣٦٢١
١,١	٠,٣٦٤٣	٠,٣٦٦٥	٠,٣٦٨٦	٠,٣٧٠٨	٠,٣٧٢٩	٠,٣٧٤٩	٠,٣٧٧٠	٠,٣٧٩٠	٠,٣٨١٥	٠,٣٨٣٠
١,٢	٠,٣٨٤٩	٠,٣٨٦٩	٠,٢٨٨٨	٠,٣٩٠٧	٠,٣٩٢٥	٠,٣٩٤٤	٠,٣٩٦٢	٠,٣٩٨٠	٠,٣٩٩٧	٠,٤٠١٥
١,٣	٠,٤٠٣٢	٠,٤٠٤٩	٠,٤٠٦٦	٠,٤٠٨٢	٠,٤٠٩٩	٠,٤١١٥	٠,٤١٣١	٠,٤١٤٧	٠,٤١٦٢	٠,٤١٧٧
١,٤	٠,٤١٩٢	٠,٤٢٠٧	٠,٤٢٢٢	٠,٤٢٣٦	٠,٤٢٥١	٠,٤٢٦٥	٠,٤٢٧٩	٠,٤٢٩٢	٠,٤٣٠٦	٠,٤٣١٩
١,٥	٠,٤٣٣٢	٠,٤٣٤٥	٠,٤٣٥٧	٠,٤٣٧٠	٠,٤٣٨٢	٠,٤٣٩٤	٠,٤٤٠٦	٠,٤٤١٨	٠,٤٤٢٩	٠,٤٤٤١
١,٦	٠,٤٤٥٢	٠,٤٤٦٣	٠,٤٤٧٤	٠,٤٤٨٤	٠,٤٤٩٥	٠,٤٥٠٥	٠,٤٥١٥	٠,٤٥٢٥	٠,٤٥٣٥	٠,٤٥٤٥
١,٧	٠,٤٥٥٤	٠,٤٥٦٤	٠,٤٥٧٣	٠,٤٥٨٢	٠,٤٥٩١	٠,٤٥٩٩	٠,٤٦٠٨	٠,٤٦١٦	٠,٤٦٢٥	٠,٤٦٣٣
١,٨	٠,٤٦٤١	٠,٤٦٤٩	٠,٤٦٥٦	٠,٤٦٦٤	٠,٤٦٧١	٠,٤٦٧٨	٠,٤٦٨٦	٠,٤٦٩٣	٠,٤٦٩٩	٠,٤٧٠٦
١,٩	٠,٤٧١٣	٠,٤٧١٩	٠,٤٧٢٦	٠,٤٧٣٢	٠,٤٧٣٨	٠,٤٧٤٤	٠,٤٧٥٠	٠,٤٧٥٦	٠,٤٧٦١	٠,٤٧٦٧
٢,٠	٠,٤٧٧٢	٠,٤٧٧٨	٠,٤٧٨٣	٠,٤٧٨٨	٠,٤٧٩٣	٠,٤٧٩٨	٠,٤٨٠٣	٠,٤٨٠٨	٠,٤٨١٢	٠,٤٨١٧
٢,١	٠,٤٨٢١	٠,٤٨٢٦	٠,٤٨٣٠	٠,٤٨٣٤	٠,٤٨٣٨	٠,٤٨٤٢	٠,٤٨٤٦	٠,٤٨٥٠	٠,٤٨٥٤	٠,٤٨٥٧
٢,٢	٠,٤٨٦١	٠,٤٨٦٤	٠,٤٨٦٨	٠,٤٨٧١	٠,٤٨٧٥	٠,٤٨٧٨	٠,٤٨٨١	٠,٤٨٨٤	٠,٤٨٨٧	٠,٤٨٩٠
٢,٣	٠,٤٨٩٣	٠,٤٨٩٦	٠,٤٨٩٨	٠,٤٩٠١	٠,٤٩٠٤	٠,٤٩٠٦	٠,٤٩٠٩	٠,٤٩١١	٠,٤٩١٣	٠,٤٩١٦
٢,٤	٠,٤٩١٨	٠,٤٩٢٠	٠,٤٩٢٢	٠,٤٩٢٥	٠,٤٩٢٧	٠,٤٩٢٩	٠,٤٩٣١	٠,٤٩٣٢	٠,٤٩٣٤	٠,٤٩٣٦
٢,٥	٠,٤٩٣٨	٠,٤٩٤٠	٠,٤٩٤١	٠,٤٩٤٣	٠,٤٩٤٥	٠,٤٩٤٦	٠,٤٩٤٨	٠,٤٩٤٩	٠,٤٩٥١	٠,٤٩٥٢
٢,٦	٠,٤٩٥٣	٠,٤٩٥٥	٠,٤٩٥٦	٠,٤٩٥٧	٠,٤٩٥٩	٠,٤٩٦٠	٠,٤٩٦١	٠,٤٩٦٢	٠,٤٩٦٣	٠,٤٩٦٤
٢,٧	٠,٤٩٦٥	٠,٤٩٦٦	٠,٤٩٦٧	٠,٤٩٦٨	٠,٤٩٦٩	٠,٤٩٧٠	٠,٤٩٧١	٠,٤٩٧٢	٠,٤٩٧٣	٠,٤٩٧٤
٢,٨	٠,٤٩٧٤	٠,٤٩٧٥	٠,٤٩٧٦	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٨	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٨٠	٠,٤٩٨١
٢,٩	٠,٤٩٨١	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨٣	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٦	٠,٤٩٨٦
٣,٠	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٩٠
٣,١	٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣
٣,٢	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥
٣,٣	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٧
٣,٤	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٨
٣,٥	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨

تنبية هام :

يجب حل نمازج الاحصاء (البوكلت) واتباع النظام فيها و حفظ و فهم القوانين لسهولة الحل للاسئلة المتنوعة .

اختيار من متعدد :

١) إذا كان ٩ e ب و كان ل (٩/) = $\frac{٧}{١٠}$ ، ل(ب) = ٠,٥ فإن ل(٩ |ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٥}$ **(ب)** $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٤}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٢٠}$

٢) إذا كانت ف = { ٩ ، ب ، جـ } ، و كان ٩ ، ب ، جـ أحداث متنافية حيث ل (٩) = ٠,٢٥

، ل(ب) = ٠,٤ فإن ل (جـ) = ... (أ) ٠,١ (ب) ٠,١٥ **(جـ)** ٠,٣٥ (د) ٠,٦٥

٣) إذا كان ٩ ، ب حدثين مستقلين ، و كان ل(٩) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٦ فإن ل(٩∪ب) = ...

(أ) ٠,١٢ (ب) ٠,٣٢ **(جـ)** ٠,٦٨ (د) ٠,٨

٤) إذا كان سـ متغير عشوائى متوسطه يساوى ١٢٠ و انحرافه المعيارى يساوى ٦ فإن

معامل الاختلاف له = ... % (أ) ٦٠ (ب) $\frac{١}{٢٠}$ (جـ) ٢٠ **(د)** ٥

٥) إذا كان ٩ ، ب حدثين مستقلين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية حيث ل(٩) = ٠,٣ ،

ل (٩ ـ ب) = ٠,٠٦ فإن ل(ب) = ... **(أ)** ٠,٨ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٠٤ (د) ٠,٩٤

٦) إذا كان متغيرا طبيعيا معيارياً بحيث ل(| صـ | ≻ ك) = ٠,٩٥٤٤ فإن : ك = ...

٢ ل(٠ ≻ صـ > ك) = ٠,٩٥٤٤ أكشف (أ) ١ **(ب)** ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٧) إذا كان سـ متغير عشوائى متقطع و كان التوقع يساوى ٥ ، و الانحراف المعيارى = ٣

فإن ∑ سـ$_{ر}^{٢}$ د(سـ$_{ر}$) = ... (أ) ٩ (ب) ٢٥ (جـ) ١٦ **(د)** ٣٤

٨) إذا كان ٩ ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية و كان ٩ e ب فإن ل(٩ ∩ ب) = ...

(أ) ل(ب) (ب) ل(٩/) (جـ) ل (ب/) **(د)** ١ ـ ل(٩/)

٩) إذا كانت درجات طلاب فصل فى امتحان الإحصاء تتبع توزيعا طبيعيا متوسطه ٧٥ و تباينه ٥ و حصل أحمد فى هذا الامتحان على ٨٠ درجة فإن درجة أحمد فى صورته المعيارية

هى ..... **(أ)** ١ (ب) ٥ (جـ) ـ ١ (د) ـ ٥

١٠) إذا كان س متغير عشوائى مداه { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

و كان ل(س = ٠) = ل(س=٤) = $\frac{١}{١٦}$ ، ل(س = ١) = ل (س = ٣) = $\frac{١}{٤}$

فإن ل(س = ٢) = ... (أ) $\frac{١}{٨}$ **(ب)** $\frac{٣}{٨}$ (جـ) $\frac{٥}{٨}$ (د) $\frac{٧}{٨}$

١١) إذا كان س متغير عشوائى طبيعى متوسطه μ و انحرافه المعيارى σ فإن ل(س>μ) =

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) – ٠,٥

١٢) العلاقة بين طول ضلع مثلث متساوى الأضلاع و محيطه هو ارتباط ......

(أ) طردى قوى (ب) عكسي قوى (جـ) طردى تام (د) عكسي تام

١٣) إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٥ علما بأن العدد الظاهر فردى يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

١٤) إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً متوسطه μ = ٤ ، وانحرافه المعياري σ = ٣ فإن معامل الاختلاف له يساوي ....

(أ) ١٦ ٪ (ب) ٧٥ ٪ (جـ) ٦٤ ٪ (د) ١٥,٦ ٪

١٥) إذا كان ص متغيرا عشوائيا معياريا بحيث ل(ص × ك) = ٠,٧٣٢٤ فإن قيمة ك = ...

(أ) – ٠,٧٣ (ب) – ٠,٦٢ (جـ) ٠,٦٢ (د) ٠,٧٣

١٦) إذا كان ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(أ – ب) = $\frac{٣}{٨}$ فإن ل(ب/ | أ) = ...

(أ) $\frac{٣}{٨}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٩}{١٢}$ (د) $\frac{٣}{١٦}$

١٧) إذا كان س متغيرا عشوائيا متصلا و دالة كثافة الاحتمال هى :

د(س) = { $\frac{١}{٦}$(٢س – ١) حيث ١ Y س Y ٣
صفر فيما عدا ذلك

فإن : ل(٢ Y س Y ٢,٥) = ...

(أ) $\frac{٧}{٢٤}$ (ب) $\frac{١}{٢٤}$ (جـ) $\frac{٣٥}{٢٤}$ (د) $\frac{٧}{١٢}$

أكمـــــــل ما ياتى :

١) إذا كان س متغيرا عشوائيا متقطعا مداه هو { ٠ ، ١ ، ٣ ، ٥ } و كان ل (س = ٠) = $\frac{١}{٢}$

ل (س = ١) = $\frac{١}{٦}$ ، ل (س = ٣) = $\frac{١}{٤}$ فإن المتوسط =

الحل : مجموع الاحتمالات = ١ B ل(٥) = ١ – $\frac{١}{٢}$ – $\frac{١}{٦}$ – $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{١٢}$

المتوسط μ = $\sum$ سر × د(سر) = ٠ × $\frac{١}{٢}$ + ١ × $\frac{١}{٦}$ + ٣ × $\frac{١}{٤}$ + ٥ × $\frac{١}{١٢}$ = $\frac{٤}{٣}$

٢) إذا كانت سـ متغير عشوائى طبيعى متوسطه m = ١٦٥ و انحرافه المعيارى σ
فإن ل(سـ X ١٨٠) = ٠,٠٠٦٢ فإن σ = ...

الحل : ل ((س -m)/s X (١٨٠ - ١٦٥)/s) = ٠,٠٠٦٢ B ل(صـ X ١٥/s) = ٠,٠٠٦٢

B ٠,٥ ـ ل (٠ Y صـ < ١٥/s) = ٠,٠٠٦٢ B ل(٠ Y صـ < ١٥/s) = ٠,٥ ـ ٠,٠٠٦٢

B ل(٠ Y صـ < ١٥/s) = ٠,٤٩٣٨ B ١٥/s = ٢,٥ B s = ١٥ ÷ ٢,٥ = ٦

٣) إذا كانت سـ متغير عشوائى متقطعا مداه = { ٠ ، ١ ، ٢ } و دالة توزيعه الاحتمالى تتحدد
بالعلاقة د(س) = أس/٦ فإن قيمة أ = ...

الحل : د(٠) = صفر ، د(١) = أ×١/٦ = أ/٦ ، د(٢) = أ×٢/٦ = أ/٣

A د(٠) + د(١) + د(٢) = ١ B صفر + أ/٦ + أ/٣ = ١ B ٢أ/٦ = ١

B ٢ أ = ٦ B أ = ٣

٤) إذا كان سـ متغير عشوائى متقطع مداه = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، دالة التوزيع الاحتمالى له
د(س) = س/٦ فإن ل (سـ > ١) = ...

الحل :

١ ٤ ٩

س ر	١	٢	٣
د(س ر)	١/٦	٢/٦	٣/٦

B m = ١ × ١/٦ + ٢ × ٢/٦ + ٣ × ٣/٦ = ٧/٣

B s٢ = (١ × ١/٦ + ٤ × ٢/٦ + ٩ × ٣/٦) ـ (٧/٣)٢ = ٥/٩ B s = ٠,٧٤٥٤

ل(س > ١) = ل (ص > (١ ـ ٢,٣)/٠,٧٤٥٤) = ل(ص > ـ ١,٧) = ٠,٥ + ل(٠ Y ص < ١,٧)

= ٠,٥ + ٠,٤٥٥٤ = ٠,٩٥٥٤

٥) إذا كانت ل(أ/) = ٢/٥ ، ل(ب | أ) = ١/٢ فإن ل(أ∩ب) = ...

الحل : ١ ـ ل(أ) = ٢/٥ B ل(أ) = ١ ـ ٢/٥ = ٣/٥

B ل(أ∩ب) = ل(ب | أ) × ل(أ) = ١/٢ × ٣/٥ = ٣/١٠

أسئلة المقال :

١) إذا كان ﺃ ، ب حدثين مستقلين من فضاء العينة لتجربة عشوائية و كان ل(ﺃ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٨ اجب عن أحد المطلوبين التاليين فقط :

(١) أوجد : ل(ﺃ – ب) (٢) أوجد : ل(ﺃ ∪ ب)

الحل :

A ﺃ ، ب حدثين مستقلين B ل(ﺃ∩ب) = ل(ﺃ)× ل(ب) = ٠,٣ × ٠,٨ = ٠,٢٤

B ل(ﺃ – ب) = ل(ﺃ) – ل(ﺃ∩ب) = ٠,٣ – ٠,٢٤ = ٠,٠٦

، ل(ﺃ ∪ ب) = ل(ﺃ) + ل (ب) – ل(ﺃ∩ب) = ٠,٣ + ٠,٨ – ٠,٠٦ = ٠,٨٦

---

٢) إذا كان ﺃ ، ب حدثين مستقلين من فضاء عينة عشوائية و كان ل (ب) = ٠,٤ ، ل(ﺃ ∩ ب) = ٠,٢٤ فأحسب : ل(ﺃ ∪ ب/)

الحل : A ﺃ ، ب حدثين مستقلين B ل(ﺃ ∩ ب) = ل(ﺃ)× ل(ب) B ٠,٢٤ = ل(ﺃ) × ٠,٤

B ل(ﺃ) = ٠,٢٤ ÷ ٠,٤ = ٠,٦

ل(ﺃ ∪ ب/) = ل (ب/) + ل(ﺃ∩ب) = ١ – ل(ب) + ٠,٢٤ = ١ – ٠,٤ + ٠,٢٤ = ٠,٨٤

---

٣) إذا كان Σس = ٤٠ ، Σص = ٣٠ ، Σس ص = ٢٣٢ ، Σ$س^٢$ = ٣٦٠ ، Σ$ص^٢$ = ٢٠٠ ، ن = ٨ أوجد معادلة خط الانحدار

الحل : معادلة انحدار ص على س : ص = ﺃ + ب س

$$\text{ب} = \frac{\text{ن} \sum \text{س ص} - \sum \text{س} \times \sum \text{ص}}{\text{ن} \sum \text{س}^2 - (\sum \text{س})^2} = \frac{8 \times 232 - 40 \times 30}{8 \times 360 - (40)^2} = 0.5125$$

$$\text{ﺃ} = \frac{\sum \text{ص} - \text{ب} \sum \text{س}}{\text{ن}} = \frac{30 - 0.5125 \times 40}{8} = 1.1875$$

B المعادلة هى : ص = ١,١٨٧٥ + ٠,٥١٢٥ س

---

٤) قام إحصائي بدراسة العلاقة بين تقديرات مادتين دراسيتين لسبع طلاب ودون النتائج الجدول التالي :

المادة الأولى	ضعيف	مقبول	ضعيف	جيد	ضعيف	ممتاز	جيد جداً
المادة الثانية	ضعيف	مقبول	جيد	مقبول	ضعيف	جيد جداً	مقبول

- أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين المادتين.

الحل :

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف٢
ضعيف ١	ضعيف ١	٢	١,٥	٠,٥	٠,٢٥
مقبول ٤	مقبول ٣	٤	٤	صفر	صفر
ضعيف ٢	جيد ٦	٢	٦	٤ ـ	١٦
جيد ٥	مقبول ٤	٥	٤	١	١
ضعيف ٣	ضعيف ٢	٢	١,٥	٠,٥	٠,٢٥
ممتاز ٧	جيد جدا ٧	٧	٧	صفر	صفر
جيد جدا ٦	مقبول ٥	٦	٤	٢	٤

ن = ٧ B معامل الارتباط لسبيرمان ر = $1 - \dfrac{6 \sum \text{ف}^2}{\text{ن}(\text{ن}^2 - 1)}$

$= 1 - \dfrac{6 \times 21.25}{7(7^2 - 1)} = 0.62054$

تدريب :

الجدول التالي يبين تقديرات ٦ طلاب في امتحان مادتي الإحصاء والاقتصاد :

تقدير الإحصاء	جيد جداً	مقبول	مقبول	جيد	ممتاز	مقبول
تقديرات الاقتصاد	مقبول	جيد	جيد	ممتاز	ممتاز	جيد

- احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان وبين نوعه.

٥) إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي كالتالي :

سـ ر	١ـ	٠	١	٢	٤
د(سـ ر)	٢ ل	ل	ل٣	٢ ل	ل

أوجد قيمة ل ثم أحسب المتوسط و التباين للمتغير العشوائي سـ

الحل : A مجموع الاحتمالات = ١ B ٢ ل + ل + ٣ ل + ٢ ل + ل = ١ B ٩ل = ١ B ل = $\frac{١}{٩}$

التوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى س

$س_ر$	١ ـ	٠	١	٢	٤
د($س_ر$)	N	(	t	N	(

mB = (١ ـ) × $\frac{٢}{٩}$ + صفر × $\frac{١}{٩}$ + ١ × $\frac{٣}{٩}$ + ٢ × $\frac{٢}{٩}$ + ٤ × $\frac{١}{٩}$ = ١

B $s^٢$ = [١ × $\frac{٢}{٩}$ + ٠ × $\frac{١}{٩}$ + ١ × $\frac{٣}{٩}$ + ٤ × $\frac{٢}{٩}$ + ١٦ × $\frac{١}{٩}$] ـ $(١)^٢$ = ٢,٢٢

B s = ١,٥

---

٦) عند دراسة العلاقة بين الكمية المعروضة (ص) و سعر سلعة ما (س) بالجنية كانت البيانات كالتالي :

السعر	٩	٦	٣	٧	١	٤
الكمية	١	٣	٤	٢	٦	٤

- **أوجد معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص مبينا نوعه.**

الحل :

س	ص	$س^٢$	$ص^٢$	س ص
٩	١	٨١	١	٩
٦	٣	٣٦	٩	١٨
٣	٤	٩	١٦	١٢
٧	٢	٤٩	٤	١٤
١	٦	١	٣٦	٦
٤	٤	١٦	١٦	١٦
Σس = ٣٠	Σص = ٢٠	Σ$س^٢$ = ١٩٢	Σ$ص^٢$ = ٨٢	Σس ص = ٧٥

B معامل بيرسون ر = $\frac{\text{ن Σس ص ـ Σس × Σص}}{\sqrt{\text{ن Σ}س^٢ - (\text{Σس})^٢}\ \sqrt{\text{ن Σ}ص^٢ - (\text{Σص})^٢}}$

= $\frac{٦ \times ٧٥ - ٣٠ \times ٢٠}{\sqrt{٦ \times ١٩٢ - (٣٠)^٢} \times \sqrt{٦ \times ٨٢ - (٢٠)^٢}}$ = ـ ٠,٩٨٥١ عكسي قوى

٧) لدراسة العلاقة المطلوبة بين الكمية المطلوبة (ص) والسعر (س) لمنتج معين كان لدينا البيانات الآتية:

$\overline{س}$ = ٨,٥ ، $\overline{ص}$ = ٤,٥ ، ن = ٨ ، مجـ س ص = ٣٤٨ ، مجـ $س^٢$ = ٦٢٠

، مجـ $ص^٢$ = ٢٠٤

أوجد أولاً: معامل الارتباط لبيرسون بين س ، ص وحدد نوعه.

ثانياً : معادلة خط الانحدار.

الحل : الوسط الحسابى للقيم = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$ A س = ٨,٥ B $\frac{\text{مجـ س}}{٨}$ = ٨,٥ حيث ن = ٨

B مجـ س = ٨,٥ × ٨ = ٦٨ بالمثل مجـ ص = ٤,٥ × ٨ = ٣٦

B معامل الارتباط لبيرسون :

$$ر = \frac{ن \text{ مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\sqrt{ن \text{ مجـ } س^٢ - (\text{مجـ س})^٢} \sqrt{ن \text{ مجـ } ص^٢ - (\text{مجـ ص})^٢}}$$

$$= \frac{٨ \times ٣٤٨ - ٦٨ \times ٣٦}{\sqrt{٨ \times ٦٢٠ - (٦٨)^٢} \times \sqrt{٨ \times ٢٠٤ - (٣٦)^٢}} = ١ \quad \text{طردى تام}$$

لايجاد معادلة خط الانحدار : ص = أ + ب س نوجد أ، ب

$$ب = \frac{ن \text{ مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{ن \text{ مجـ } س^٢ - (\text{مجـ س})^٢} = \frac{٨ \times ٣٤٨ - ٦٨ \times ٣٦}{٨ \times ٦٢٠ - (٦٨)^٢} = ١$$

$$، \quad أ = \frac{\text{مجـ ص} - ب \text{ مجـ س}}{ن} = \frac{٣٦ - ١ \times ٦٨}{٨} = -٤$$

B معادلة خط الانحدار : ص = -٤ + س

تدريب : أوجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص و حدد نوعه إذا كان :

مجـ س = ٦٨ ، مجـ ص = ٣٦ ، مجـ س ص = ٣٤٨ ، مجـ $س^٢$ = ٦٢٠

، مجـ $ص^٢$ = ٢٠٤ ، ن = ٨

٨) من بيانات الجدول التالى :

س	٩	١٢	١١	١٤	١٠	١٢
ص	١٥	٢٠	١٩	٢٣	١٧	١٨

أوجد معادلة خط الانحدار ثم قدر قيمة ص عندما س = ١٣

الحل :

س	ص	س^2	ص^2	س ص
٩	١٥	٨١	٢٢٥	١٣٥
١٢	٢٠	١٤٤	٤٠٠	٢٤٠
١١	١٩	١٢١	٣٦١	٢٠٩
١٤	٢٣	١٩٦	٥٢٩	٣٢٢
١٠	١٧	١٠٠	٢٨٩	١٧٠
١٢	١٨	١٤٤	٣٢٤	٢١٦
Σس = ٦٨	Σ ص = ١١٢	Σ س^2 = ٧٨٦	Σص^2 = ٢١٢٨	Σس ص = ١٢٩٢

$$\text{ب} = \frac{\text{ن}\,\Sigma\text{س ص} - \Sigma\text{س} \times \Sigma\text{ص}}{\text{ن}\,\Sigma\text{س}^2 - (\Sigma\text{س})^2} = \frac{٦ \times ١٢٩٢ - ٦٨ \times ١١٢}{٦ \times ٧٨٦ - (٦٨)^2} = ١,٥$$

$$\text{أ} = \frac{\Sigma\text{ص} - \text{ب}\Sigma\text{س}}{\text{ن}} = \frac{١١٢ - ١,٥ \times ٦٨}{٦} = ١,٧$$

B معادلة انحدار ص على س : ص = أ + ب س = ١,٧ + ١,٥ س

عند س = ١٣ B ص = ١,٧ + ١,٥ × ١٣ = ٢١,٢

---

٩) إذا كان سـ متغير عشوائيا طبيعيا متوسطه m = ١٠ و انحرافه المعيارى σ = ٢

اجب عن أحد المطلوبين التاليين فقط :

(١) أوجد : ل (سـ Y ١٢) (٢) أوجد قيمة ك حيث ل(سـ X ك) = ٠,١٠٦٥

الحل : (١) ل (سـ Y ١٢) = ل (ص Y $\frac{١٢ - ١٠}{٢}$) = ل(ص Y ١)

= ٠,٥ ـ ل(٠ Y ص > ١) = ٠,٥ ـ ٠,٣٤١٣ = ٠,٨٤١٣

(٢) ل (ص X $\frac{\text{ك} - ١٠}{٢}$) = ٠,١٠٦٥

B ٠,٥ ـ ل(٠ Y ص > $\frac{\text{ك} - ١٠}{٢}$) = ٠,١٠٦٥

B ل(٠ Y ص > $\frac{\text{ك} - ١٠}{٢}$) = ٠,٥ ـ ٠,١٠٦٥ = ٠,٣٩٣٥

B $\frac{\text{ك} - ١٠}{٢}$ = ١,٢٤ B ك ـ ١٠ = ٢,٤٨ B ك = ١٢,٤٨

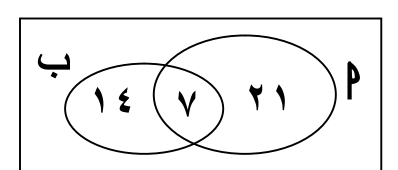
١٠) فصل دراسي به ٤٢ طالباً منهم ٢٨ طالباً يدرسون اللغة الفرنسية ، ٢١ طالباً يدرسون اللغة الألمانية ، ٧ طلاب يدرسون اللغتين معاً ، اختير طالب عشوائياً من هذا الفصل .

احسب احتمال أن الطالب المختار : -

أولاً : يدرس اللغة الفرنسية فقط

ثانياً : يدرس اللغة الفرنسية إذا كان دارساً للغة الألمانية

ثالثاً : لم يدرس أي من اللغتين



الحل : عدد الدارسين فى الفصل = ٤٢

بفرض م حدث الطالب المختار دارسا للغة الفرنسية   B ل (م) = $\frac{٢٨}{٤٢}$ = $\frac{٢}{٣}$

ب حدث الطالب المختار دارسا للغة الألمانية   B ل(ب) = $\frac{٢١}{٤٢}$ = $\frac{١}{٢}$

م ∩ ب = حدث الطالب المختار دارسا اللغتين معا   B ل(م ∩ ب) = $\frac{٧}{٤٢}$ = $\frac{١}{٦}$

(أولا) ل(م ـ ب) = ل(م) ـ ل(م∩ب) = $\frac{٢٨}{٤٢}$ − $\frac{٧}{٤٢}$ = $\frac{١}{٢}$

(ثانيا) ل(م|ب) = $\frac{ل(م∩ب)}{ل(ب)}$ = $\frac{١}{٦}$ ÷ $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٣}$ (ثالثا) ل(م ∪ ب)/ = صفر

---

١١) إذا كان س متغير عشوائى متصل دالة كثافة الاحتمال له هى :

د(س) = { $\frac{س + ١}{٨}$ حيث ك Y س Y ك + ٢ ؛ صفر   فيما عدا ذلك

أوجد قيمة ك ثم احسب ل(س < ٣)

الحل : د (ك) = $\frac{ك + ١}{٨}$ ، د (ك + ٢) = $\frac{ك + ٣}{٨}$

A د دالة كثافة   B ل (ك Y س Y ك + ٢) = ١

B $\frac{١}{٢}$ [ل(ك) + ل(ك + ٢)] (ك + ٢ ـ ك) = ١

B $\frac{١}{٢}$ [$\frac{ك + ١}{٨}$ + $\frac{ك + ٣}{٨}$] × ٢ = ١   B $\frac{٢ك + ٤}{٨}$ = ١   B ٢ ك + ٤ = ٨   B ك = ٤

B د(س) = { $\frac{س + ١}{٨}$ حيث ٢ Y س Y ٤ ؛ صفر   فيما عدا ذلك

B ل (س < ٣) = ل (٣ > س Y ٤) = $\frac{١}{٢}$ [د(٣) + د(٤)] (٤ ـ ٣)

= $\frac{١}{٢}$ [$\frac{١}{٢}$ + $\frac{٥}{٨}$] = $\frac{٩}{١٦}$

١٢) إذا كان سـ متغيرا عشوائيا متصلا و كان :

د(س) = { $\frac{١}{٨}$ س ، ٣ Y س Y ٥
صفر ، فيما عدا ذلك

١) أثبت أن د(س) دالة كثافة احتمال للمتغير العشوائى سـ

٢) أوجد : ل(سـ > ٤)

الحل : د (٣) = $\frac{٣}{٨}$ ، د(٥) = $\frac{٥}{٨}$

A ل(٣ Y س Y ٥) = $\frac{١}{٢}$ [د(٣) + د(٥)] (٥ ـ ٣) = $\frac{١}{٢}$[$\frac{٣}{٨}$ + $\frac{٥}{٨}$] × ٢ = ١

B د(س) دالة كثافة (اولا)

ل(س > ٤) = ل (٤ < س < ٥) = $\frac{١}{٢}$ [د(٤) + د(٥)] (٥ ـ ٤)

= $\frac{١}{٢}$ [$\frac{٤}{٨}$ + $\frac{٥}{٨}$] × ١ = $\frac{٩}{١٦}$

---

١٣) إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي كالتالي :

سـ ر	٠	١	٢	ب
د(سـ ر)	٠.١	٠.٢	٠.٣	جـ

وإذا كان σ = ١ ومعامل الاختلاف = ٥٠% فأوجد قيمتي ب ، جـ

الحل :

A مجموع الاحتمالات = ١ B د(٠) + د(١) + د(٢) + د(ب) = ١

B ٠,١ + ٠,٢ + ٠,٣ + جـ = ١ B جـ = ١ ـ ٠,٦ = ٠,٤

A معامل الاختلاف = $\frac{σ}{m}$ ×١٠٠% B ٥٠ % = $\frac{١}{m}$ × ١٠٠ % B m = ٢

B ٠ × ٠,١ + ١ × ٠,٢ + ٢ × ٠,٣ + ب × ٠,٤ = ٢ B ٠,٤ ب = ٢ ـ ٠,٨

B ٠,٤ ب = ١,٢ B ب = ٣

---

١٤) إذا كان سـ متغيراً عشوائياً طبيعياً متصلاً متوسطه μ وانحرافه المعياري σ

وكان ل(س ≥ ١٠) = ٠.٨٤١٣ ، وكان ل(س≤ ١٠.٥) = ٠.١٠٥٦

فاحسب قيمة كل من μ ، σ

الحل : ل(س Y ١٠) = ل(ص Y (١٠ -m)/s) = ٠,٨٤١٣

B ٠,٥ + ل(٠ Y ص Y (١٠ -m)/s) = ٠,٨٤١٣

B ل(٠ Y ص Y (١٠ -m)/s) = ٠,٨٤١٣ ـ ٠,٥ = ٠,٣٤١٣ B (١٠ -m)/s = ١

B s +m = ١٠ (١)

، ل(س X ١٠,٥) = ل(ص X (١٠.٥ -m)/s) = ٠,١٠٥٦

B ٠,٥ ـ ل(٠ Y ص Y (١٠.٥ -m)/s) = ٠,١٠٥٦

B ل(٠ Y ص Y (١٠.٥ -m)/s) = ٠,٥ ـ ٠,١٠٥٦ = ٠,٣٩٤٤

B (١٠.٥ -m)/s = ١,٢٥ B ١,٢٥ s +m = ١٠,٥ (٢)

بحل المعادلتين ١ ، ٢ نجد : s = ٢ ، m = ٨

---

١٥) ماكينة بأحد المصانع تنتج أسطوانات أطوالها تتبع توزيعًا طبيعيًا متوسطه ٥٦ سم وانحرافه المعياري ٢ سم تكون الأسطوانة المنتجة مقبولة إذا كان طولها ينحصر بين ٥١ سم ، ٦٠ سم اختيرت عينة عشوائية من ١٠٠٠ أسطوانة، فكم عدد الأسطوانات المتوقع قبولها؟

الحل: m = ٥٦ ، s = ٢

ل(٥١ > س > ٦٠) = ل ((٥١ ـ ٥٦)/٢ > ص > (٦٠ ـ ٥٦)/٢) = ل (ـ ٢,٥ > ص > ٢)

= ل(٠ > ص > ٢,٥) + ل(٠ > ص > ٢)

= ٠,٤٩٣٨ + ٠,٤٧٧٢ = ٠,٩٧١

B عدد الاسطوانات = الاحتمال × العدد الكلى = ٠,٩٧١ × ١٠٠٠ = ٩٧١ اسطوانة

مع عاشق الرياضيات دائما فى القمة

مع تمنياتى بالنجاح و التوفيق

http://thanwya.7olm.org/

منتدى / عاشق الرياضيات المنفلوطى